

Контрольная работа по теме "Интегральные уравнения Вольтерра II рода"

Фамилия студента

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

1. (1 балл) Какое уравнение называется уравнением Вольтерра II рода?
2. (1 балл) При каких условиях существует единственное решение данного уравнения?
3. (1 балл) Какая функция называется итерированным ядром уравнения Вольтерра II рода?
4. (1 балл) Какая функция называется резольвентой уравнения Вольтерра II рода?
5. (1 балл) Выпишите решение уравнения Вольтерра II рода через резольвенту.
6. (2 балла) Свести задачу Коши к интегральному уравнению Вольтерра II рода
$$y'' + e^x y' - 2e^x y = e^{-x}, y(0) = 1, y'(0) = 2.$$
7. (2 балла) Методом последовательных приближений решить уравнение

$$\varphi(x) = 1 + x + \int_0^x (x-t)\varphi(t)dt.$$

8. (2 балла) Найти третье итерированное ядро для ядра

$$K(x, t) = xt^2 + 1.$$

9. (3 балла) Решить уравнение Вольтерра сведением к задаче Коши

$$\varphi(x) = \int_1^x \frac{4x - 3t}{t^2} \varphi(t) dt + 4x \ln x.$$

10. (3 балла) Найти резольвенту уравнения Вольтерра с ядром

$$K(x, t) = \frac{1 + x^2}{1 + t^2}.$$

11. (3 балла) Найти с помощью резольвенты решение интегрального уравнения

$$\varphi(x) = 1 + x^2 + \int_0^x \frac{1 + x^2}{1 + t^2} \varphi(t) dt.$$

12. (3 балла) Применяя преобразование Лапласа решить уравнение типа свертки

$$\varphi(x) = e^x + 2 \int_0^x \cos(x - t) \varphi(t) dt.$$

13. (4 балла) Вывести уравнение, которому удовлетворяет резольвента уравнения Вольтерра II рода.

14. (4 балла) Доказать теорему о свертке.

$$L \left[\int_0^t f_1(t - \tau) f_2(\tau) d\tau \right] = L[f_1(t), p] L[f_2(t), p].$$

Таблица некоторых оригиналов и их изображений

$f(t)$	$L[f(t), p]$	$f(t)$	$L[f(t), p]$
1	$\frac{1}{p}$	$\text{sh } at$	$\frac{a}{p^2 - a^2}$
t^n	$\frac{p}{n!}$	$\text{ch } at$	$\frac{p}{p^2 - a^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{p + a}$	$t \sin at$	$\frac{2pa}{(p^2 + a^2)^2}$
$t^n e^{-at}$	$\frac{n!}{(p + a)^{n+1}}$	$t \cos at$	$\frac{p^2 - a^2}{(p^2 + a^2)^2}$
$\sin at$	$\frac{a}{p^2 + a^2}$	$e^{-bt} \sin at$	$\frac{a}{(p + b)^2 + a^2}$
$\cos at$	$\frac{p}{p^2 + a^2}$	$e^{-bt} \cos at$	$\frac{p + b}{(p + b)^2 + a^2}$